

Übungsblatt 14

V1G1 – Analysis 1

**Dieses Blatt wird nicht mehr korrigiert.
DER STOFF IST DENOCH KLAUSURRELEVANT!**

Aufgabe 1: Unbestimmte Integrale

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale (wobei $a, b \in \mathbb{R}$ und $m \in \mathbb{N}$):

$$\begin{array}{ll} \text{a.} & \int \frac{x}{x^3 + 1} dx \\ \text{b.} & \int \left(\frac{x-a}{x-b} \right)^m dx \\ \text{c.} & \int x^3 \arctan x dx \\ \text{d.} & \int \frac{1}{1+e^x} dx. \end{array}$$

Aufgabe 2: Uneigentliche Integrale

a. Untersuchen Sie ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergent sind.

$$\begin{array}{ll} (i) & \int_1^\infty \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{x} dx \\ (ii) & \int_{1/\pi}^\infty \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx \\ (iii) & \int_0^1 \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) dx \\ (iv) & \int_0^1 \log x dx \\ (v) & \int_2^\infty \frac{1}{x \log x} dx \\ (vi) & \int_2^\infty \frac{1}{x(\log x)^2} dx. \end{array}$$

b. Für welche $\alpha > 0$ ist das uneigentliche Integral

$$\int_0^\infty \frac{\sin t}{t^\alpha} dt$$

konvergent?

Aufgabe 3: Reihen

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergent sind (wobei $\alpha \in \mathbb{R}$):

$$\text{a.} \quad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\log k)^\alpha} \qquad \text{b.} \quad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{(\log k)^{\log k}}.$$