

Präsenzübung 2

V1G1 – Analysis 1

Aufgabe 1: Infimum und Supremum - Existenz

Bestimmen Sie - falls existent - jeweils Infimum und Supremum der folgenden Mengen und untersuchen Sie, ob diese Mengen Maximum bzw. Minimum besitzen:

a. $M_1 := \{(-1)^{n+1}(1 + \frac{1}{n+1}) \mid n \in \mathbb{N}\};$

b. $M_2 := \{\frac{1}{n+1} + \frac{1}{m+1} \mid m, n \in \mathbb{N}\};$

c. $M_3 := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 \geq 0\};$

d. $M_4 := \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 9\}.$

Aufgabe 2: Infimum und Supremum - Rechenregeln

Zeigen Sie folgende Aussagen.

a. Es sei A eine nichtleere, nach oben beschränkte Teilmenge von \mathbb{R} . Dann ist die Menge

$$-A := \{-x \in \mathbb{R} \mid x \in A\}$$

nach unten beschränkt und es gilt $\inf(-A) = -\sup A$.

b. Die Mengen $A \subset \mathbb{R}$ und $B \subset \mathbb{R}$ seien nach unten und oben beschränkt. Dann ist die Menge

$$C := \{x \mid x = y + z, y \in A, z \in B\}$$

nach oben beschränkt und es gilt

$$\sup C = \sup A + \sup B.$$