Prof. Dr. Benjamin Schlein
Niels Benedikter, Allan Chan

Präsenzübung 3
V1G1 – Analysis 1

Aufgabe 1: Abzählbarkeit

Zeigen Sie: Ist M eine nicht endliche Menge und A höchstens abzählbar, dann sind M und $M \cup A$ gleichmächtig.

Aufgabe 2: Komplexe Zahlen

Zerlegen Sie die folgenden komplexen Zahlen in Real- und Imaginärteil:

a. $\dfrac{1}{1+i} + \dfrac{1}{2+i} + \dfrac{1}{3+i}$;

b. $\dfrac{2-3i}{2+i} + \dfrac{1-i}{1+3i}$.

Aufgabe 3: Komplexe Zahlen

Durch $z \mapsto w := 1/z$ wird die punktierte Ebene ($:= \mathbb{C} \setminus \{0\}$) in die w-Ebene abgebildet. Zeichnen Sie die Bilder

a. der reellen Achse,

b. der imaginären Achse,

c. eines Kreises $|z| = r$,

d. der Geraden $\mathrm{Re}z = 1$.

Aufgabe 4: Konvergenz von Folgen

Zeigen Sie:

a. Ist $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ eine konvergente Folge, dann ist $(|a_j|)_{j\in\mathbb{N}}$ auch konvergent. (Gilt die Umkehrung?)

b. Sei $b : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ eine Folge. Seien $b_j^+ := \max\{b_j, 0\}$ und $b_j^- := \min\{b_j, 0\}$. Dann gilt:

$$(b_j)_{j\in\mathbb{N}} \text{ konvergiert} \quad \Longleftrightarrow \quad (b_j^+)_{j\in\mathbb{N}} \text{ und } (b_j^-)_{j\in\mathbb{N}} \text{ konvergieren.}$$