

Präsenzübung 9

V1G1 – Analysis 1

Aufgabe 1: Gleichmäßige Stetigkeit

- a. Sei $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ stetig derart, dass $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =: c \in \mathbb{R}$ existiert. Zeigen Sie, dass f gleichmäßig stetig ist.
- b. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(x) = f(x + 1)$. Zeigen Sie, dass f nach oben und unten beschränkt ist und Maximum und Minimum annimmt. Zeigen Sie außerdem, dass f gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe 2: Stetige Fortsetzung

Ist $f : \mathbb{R}_+ \setminus \{1\}, f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$ stetig fortsetzbar?

Aufgabe 3: Gleichmäßige Stetigkeit

Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen gleichmäßig stetig sind:

- a. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2,$
- b. $f : [10^{-4}, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x},$
- c. $f : [\sqrt{2}, 6] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^{2012} - 18}{46 + |x|^7}$

Aufgabe 4: Zwischenwertsatz

Zeigen Sie: Ein Polynom $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ungeraden Grades besitzt mindestens eine reelle Nullstelle.